Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ
Phần C: Khoa học Xã hội, Nhân văn và Giáo dục
website: sj.ctu.edu.vn

DOI:10.22144/jvn.2017.638

XÂY DỰNG CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ Ở LỚP 10: THỰC NGHIỆM NHỎ TẠI THÀNH PHỐ CẦN THƠ

Bùi Anh Tuấn, Ngô Tùng Hiếu và Bùi Hồng Duyên

Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ

Thông tin chung:
Ngày nhận:16/12/2016
Ngày chấp nhận: 27/02/2017

Title:
Building the real-world mathematical problems in Grade 10: A pilot study in Can Tho city

Từ khóa:
Toán học thực tế, bài toán thực tế, mô hình hóa, PISA

Keywords:
Modeling, PISA, realistic mathematics education, real-world mathematical problem

ABSTRACT

The application of the real-world mathematical problems in teaching mathematics is a contemporary trend. This article is aimed to present a pilot study in Can Tho city about building two real-world mathematical problems in Grade 10. Thereby, it is also to propose a useful process in the construction of the real-world mathematical problems which can apply to teaching mathematics in upper high schools in Vietnam.

TÓM TẮT

Việc áp dụng các bài toán thực tế vào dạy học toán là một xu hướng đương đại. Bài viết này trình bày một thực nghiệm nhỏ tại thành phố Cần Thơ về việc xây dựng hai bài toán thực tế ở lớp 10. Qua đó, bài viết cũng đề xuất một quy trình hữu ích trong việc xây dựng các bài toán thực tế có thể áp dụng vào dạy học Toán ở các trường trung học phổ thông tại Việt Nam.

Trích dẫn: Bùi Anh Tuấn, Ngô Tùng Hiếu và Bùi Hồng Duyên, 2017. Xây dựng các bài toán thực tế ở lớp 10: Thực nghiệm nhỏ tại thành phố Cần Thơ. Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ. 48c: 1-11.

1 GIỚI THIỆU

Toán học thực tế (Realistic Mathematics Education, RME) đã được hình thành và phát triển tại Viện Freudenthal ở Hà Lan vào khoảng những năm 1970.Theo Freudenthal (1991), RME có hai quan điểm cốt lõi:

– Toán học phải được kết nối với thực tế, gần gũi với trẻ em và có liên quan đến các tình huống trong cuộc sống hàng ngày.

– Toán học là một hoạt động của con người, liên quan đến xã hội loài người.

Cần hiểu rằng, *Toán học thực tế* ở đây không hẳn hoàn toàn là các tình huống liên quan đến thế giới thực mà nó cũng bao gồm các *tình huống có vấn đề* (problem situation) với nội dung liên quan đến toán học được mô phỏng từ thực tế trong một bối cảnh dạy học cụ thể. Lang (1996) khẳng định rằng các tình huống có vấn đề cũng bao hàm các ứng dụng và các tình huống *mô hình hóa* (modeling).

Hiện nay, tư tưởng RME đã được áp dụng khá phổ biến tại nhiều quốc gia trên thế giới như: Anh, Đức, Đan Mạch, Tây Ban Nha, Bồ Đào Nha ở châu Âu; Hoa Kỳ, Brazil ở châu Mỹ; Nhật Bản và Malaysia ở châu Á (Lange, 1996). Đặc biệt, từ năm 2000, RME đã được đưa vào kỳ thi đánh giá học sinh quốc tế mang tên "*Chương trình đánh giá học sinh quốc tế*" (*Programe for International Student Assessment*) gọi tắt là *PISA* do tổ chức *Hợp tác và Phát triển Kinh tế* (*Organization for Economic Cooperation and Development, OECD*) tiến hành (OECD, 2014). Theo Bùi Anh Tuấn *et al.* (2014), PISA là*kiểu đánh giá sản phẩm* (thông qua bài làm của học sinh) và nó làloại test nhằm kiểm tra trình độ của người học (không phụ thuộc chương trình và tài liệu học sinh đã học).

Nằm trong trào lưu hiện đại hóa giáo dục toán học của thế giới, nước ta cũng bắt đầu tiếp cận các tư tưởng của RME. Bộ GD&ĐT (2015) trong Công văn số 4509/BGDĐT-GDTrH về việc "Hướng dẫn thực hiện nhiệm vụ giáo dục trung học năm học 2015-2016" đã nêu rõ: *"Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy học, đánh giá học sinh nhằm phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo và rèn luyện phương pháp tự học của học sinh; tăng cường kĩ năng thực hành, vận dụng kiến thức, kĩ năng vào giải quyết các vấn đề thực tiễn; đa dạng hóa các hình thức học tập, chú trọng các hoạt động trải nghiệm sáng tạo, nghiên cứu khoa học của học sinh; đẩy mạnh ứng dụng công nghệ thông tin và truyền thông trong dạy và học"*.

Công văn trên cho thấy việc áp dụng các tư tưởng RME tại Việt Nam đã được đưa vào một cách cụ thể và mang tính ràng buộc. Đây có thể là một lý do cho việc các công trình nghiên cứu về dạy học toán gắn liền thực tế ở Việt Nam xuất hiện khá nhiều gần đây. Tuy nhiên, phần lớn các nghiên cứu chỉ dừng lại ở vấn đề khảo sát, đánh giá năng lực học sinh hoặc đề xuất các tình huống mang nặng tính lý thuyết chứ không là một tình huống có thể ứng dụng ngay vào dạy học hoặc dùng để đánh giá kết quả học tập của học sinh trung học phổ thông (THPT). Vì vậy, chúng tôi tiến hành nghiên cứu này nhằm bước đầu đề xuất *các tình huống toán học gắn liền thực tế* có thể sử dụng vào việc dạy học hoặc đánh giá học sinh ở bậc THPT dựa trên nền tảng của *tư tưởng mô hình hóa toán học*.

2 CỞ SỞ LÝ LUẬN

2.1 Dạy học bằng mô hình hóa

Theo Common Core State Standards (2016), *mô hình hóa* toán học là một tiến trình lựa chọn và sử dụng các công cụ toán học và thống kê thích hợp để phân tích các tình huống thực tế, để hiểu chúng tốt hơn và để cải tiến các quyết định.

Theo Lê Thị Hoài Châu (2011), việc dạy học toán có thể được thực hiện theo hai tiến trình:

– Trình bày tri thức toán học lý thuyết ➔ Vận dụng vào việc giải quyết các bài toán thực tiễn.

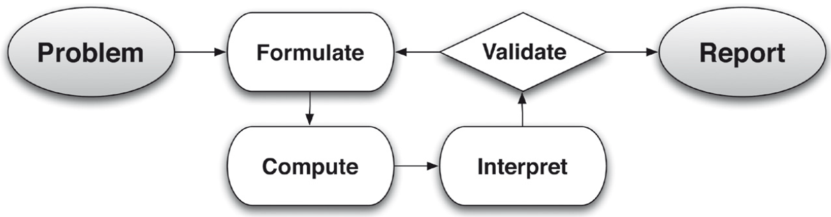
– Xuất phát từ một vấn đề thực tiễn ➔ Xây dựng mô hình toán học ➔ Trả lời bài toán thực tiễn ➔ Thể chế hóa tri thức cần giảng dạy bằng cách nêu định nghĩa hay định lý, công thức ➔ Vận dụng vào giải các bài toán thực tiễn khác có liên quan đến tri thức đó, cho phép xây dựng một mô hình toán học phù hợp.

Lê Thị Hoài Châu (2011) gọi tiến trình thứ nhất là dạy học mô hình hóa và chỉ ra ưu điểm cũng như nhược điểm đối với tiến trình này: "Đối với mô hình này, sẽ tiết kiệm được thời gian, tuy nhiên khi học sinh gặp phải một vấn đề thực tế sẽ cảm thấy lúng túng vì không thể xây dựng mô hình toán học phù hợp để giải quyết vấn đề".

Đối với tiến trình thứ hai, cách thức dạy học này được gọi là *dạy học bằng mô hình hóa*. Dạy học bằng mô hình này được hình thành từ các vấn đề thực tiễn, do đó có thể giúp khắc phục nhược điểm của việc dạy học theo tiến trình thứ nhất vừa đề cập. Nó giúp cho học sinh nhận thức tốt hơn và tăng khả năng trong việc tìm kiếm, xây dựng các mô hình để giải quyết các tình huống gặp phải trong thực tiễn cuộc sống (Lê Thị Hoài Châu, 2011).

2.2 Quy trình mô hình hóa

Theo Common Core State Standards (2016), chu trình cơ bản của mô hình hóa được thể hiện qua sơ đồ sau:



Theo sơ đồ này, để thực hiện một chu trình mô hình hóa, ta cần tiến hành theo 6 bước:

– Từ vấn đề (problem) phát sinh trong tình huống, ta xác định các biến số của tình huống và lựa chọn khung lý thuyết để mô phỏng những yếu tố then chốt;

– Xây dựng (formulate) một mô hình bằng cách tạo ra và lựa chọn các đối tượng hình học, đồ thị, biểu bảng, đại số hoặc thống kê để mô tả mối quan hệ giữa các biến số;

– Phân tích, thiết lập các phép toán trong các mối quan hệ và tính toán (compute) để tìm ra kết luận;

– Diễn giải (interpret) các kết quả toán học trong kết luận về lại tình huống ban đầu;

– Xác nhận (validate) lại xem kết luận có phù hợp hay không bằng việc so sánh nó với tình huống ban đầu và cải tiến mô hình (sau đó, lặp lại chu trình từ bước 2) hoặc nếu chấp nhận các kết quả thì

– Viết báo cáo (report) kết luận và giải thích lý do chấp nhận các kết quả này.

3 KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Dựa vào ý tưởng của 6 bước mô hình hóa, chúng tôi đề xuất một *Quy trình xây dựng các bài toán thực tế*, có thể dùng cho việc dạy và học toán, gồm 6 bước như sau:

– Phân tích nội dung chương trình và lên ý tưởng thiết kế bài toán;

– Xây dựng bài toán và cách giải (có thể thiết kế lại bài toán dưới dạng các phiếu học tập);

– Phân tích tiên nghiệm (a priori);

– Thực nghiệm trên nhóm ít nhất 30 học sinh;

– Phân tích hậu nghiệm (a posteriori), so sánh kết quả thực nghiệm với kết quả tiên nghiệm để cải tiến bài toán, sau đó, lặp lại Quy trình từ bước 2, hoặc nếu chấp nhận bài toán đã cải tiến thì

– Lưu trữ để sử dụng.

Các quy trình nói trên được áp dụng vào việc thiết kế các bài toán thực tế ở lớp 10. Kết quả nghiên cứu được trình bày dưới đây, theo đúng tiến trình 6 bước.

3.1 Phân tích nội dung chương trình Toán lớp 10 và các ý tưởng thiết kế bài toán thực tế

3.1.1 Phân tích nội dung chương trình Toán lớp 10

Theo Quyết định số 1893/QĐ-BGDĐT của Bộ Giáo dục và Đào tạo (2016), cấp THPT có ít nhất 37 tuần thực học (học kỳ I có ít nhất 19 tuần, học kỳ II có ít nhất 18 tuần). Ngoài ra, Quyết định số 1893 cũng quy định thẩm quyền ban hành kế hoạch thời gian năm học 2016-2017 thuộc về chủ tịch Ủy ban tỉnh, thành phố trực thuộc Trung ương. Như vậy, Quyết định này cho thấy kế hoạch thời gian của chương trình THPT hiện nay đã được phân cấp cho địa phương chủ động thực hiện, không còn *một kế hoạch chung cho toàn quốc* như trước đây.

Để đi vào chi tiết, cần tiếp cận một khung kế hoạch thời gian cho chương trình lớp 10 của một trường THPT ở Cần Thơ. Sau đây là khung kế hoạch thời gian cho chương trình toán lớp 10 của trường THPT Lưu Hữu Phước (Cần Thơ) năm học 2016-2017:

Cả năm **105 tiết**	**Đại số** **62 tiết**	**Hình học** **43 tiết**
Học kì I 19 tuần 54 tiết	**32 tiết** 13 tuần x 2 tiết = 26 tiết 6 tuần x 1 tiết = 6 tiết	**22 tiết** 13 tuần x 1 tiết = 13 tiết 3 tuần x 2 tiết = 6 tiết 3 tuần x 1 tiết = 3 tiết
Học kì II 18 tuần 51 tiết	**30 tiết** 12 tuần x 2 tiết = 24 tiết 6 tuần x 1 tiết = 6 tiết	**21 tiết** 12 tuần x 1 tiết = 12tiết 3 tuần x 2 tiết = 6 tiết 3 tuần x 1 tiết = 3 tiết

Theo đó chương trình Toán lớp 10 phổ thông, gồm 105 tiết chia làm 2 phần: Đại số và Hình học với tỉ lệ như sau:

Phần	**Cả năm**		**Học kỳ I**		**Học kỳ II**	
	Số lượng	**Tỉ lệ**	**Số lượng**	**Tỉ lệ**	**Số lượng**	**Tỉ lệ**
Đại số	62	59%	32	30%	30	29%
Hình học	43	41%	22	21%	21	20%
Tổng	105	100%	54	51%	51	49%

Từ bảng ta thấy, tỉ lệ số tiết Đại số *cả năm* chiếm ưu thế so với số tiết Hình học (59% so với 41%, gấp gần 1,5 lần). Việc chiếm ưu thế này cũng lặp lại ở tỉ lệ tiết Đại số và tỉ lệ tiết Hình học ở cả hai Học kỳ I và II.

Xét ở góc độ phân bố chương trình, ta thấy Đại số gồm 6 chương như sau:

– Chương 1: Mệnh đề. Tập hợp (08 tiết).

– Chương 2: Hàm số bậc nhất và bậc hai (07 tiết).

– Chương 3: Phương trình & hệ phương trình (10 tiết).

– Chương 4: Bất đẳng thức & bất phương trình (13 tiết).

– Chương 5: Thống kê (08 tiết).

– Chương 6: Cung và góc lượng giác. Công thức lượng giác (08 tiết).

Trong khi đó, Hình học chỉ gồm vỏn vẹn 3 chương:

– Chương 1: Véctơ (12 tiết).

– Chương 2: Tích vô hướng của hai véctơ và ứng dụng (12 tiết).

– Chương 3: Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng (12 tiết).

Từ đây có thể thấy mức độ ưu tiên gần gấp đôi của Đại số so với Hình học trong thể chế dạy học toán lớp 10 THPT.

3.1.2 Ý tưởng thiết kế các bài toán thực tế ở lớp 10

Chương trình Toán lớp 10 phân chia khá rõ hai phần là *Đại số* và *Hình học*, vì vậy, chúng tôi tiến hành thiết kế hai bài toán thực tế, mỗi phần một bài toán.

Như đã phân tích ở mục a), ở phần Đại số, chương *Phương trình & Hệ phương trình* chiếm thời lượng 10 tiết, đứng thứ hai (chỉ sau chương *Bất đẳng thức & bất phương trình* với 13 tiết). Tuy nhiên, ở góc độ chuyên môn, chương *Phương trình & Hệ phương trình* mang tính hỗ trợ và làm nền tảng để học tốt chương*Bất đẳng thức & bất phương trình*. Do đó, chúng tôi lựa chọn chương *Phương trình & hệ phương trình* để thiết kế bài toán thực tế **"Lá cờ Việt Nam"** dựa trên ý tưởng của Trần Mỹ Tiên (2014).

Về bài toán "Lá cờ Việt Nam", chúng tôi nhằm đánh giá kiến thức của học sinh về *phương trình quy về bậc hai*, đồng thời kết hợp hình ảnh lá cờ Tổ quốc với hình ảnh về tỉ lệ vàng nhằm tăng cường tính liên môn trong dạy học toán.

Đối với phần Hình học, cả ba chương đều được phân bố thời lượng như nhau với 12 tiết. Tuy nhiên, kiến thức của chương *Tích vô hướng của hai vectơ và ứng dụng* khá quan trọng trong tổng thể chương trình Hình học bậc Trung học phổ thông; vì vậy, chúng tôi đề xuất một bài toán thực tế trong chương này (bài toán **"Công viên hình tam giác"**, phát triển từ ý tưởng của Trần Mỹ Tiên (2014)).

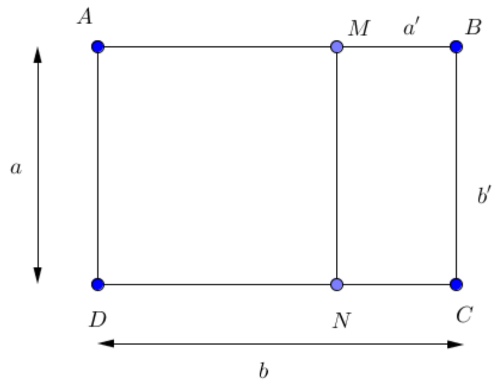
Bài toán "Công viên hình tam giác" đề cập đến kiến thức về *độ dài véctơ*. Chúng tôi lựa chọn bài toán này vì kiến thức về véctơ được vận dụng khá nhiều trong cả đại số và hình học, đặc biệt là trong chương *Phương pháp tọa độ trong không gian Oxyz* sẽ học trong chương trình toán lớp 12.

3.2 Bài toán "Lá cờ Việt Nam"

3.2.1 Nội dung bài toán "Lá cờ Việt Nam" và các phiếu học tập

Bài toán: Tại sao Hiến pháp nước ta năm 2013 quy định lá cờ Việt Nam có chiều rộng bằng $\frac{2}{3}$ chiều dài? Điều này có liên quan gì đến toán học?

Lời giải



Gọi *a*, *b* lần lượt là chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật. Chia hình chữ nhật ban đầu thành một hình vuông cạnh *a*và một hình chữ nhật mới có chiều rộng và chiều dài lần lượt là a', b'.

Ta định nghĩa hình chữ nhật là "*hình chữ nhật vàng*" khi và chỉ khi $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{b-a}{a}$ (1)

Đặt $\varphi = \frac{a}{b} (\varphi > 0)$

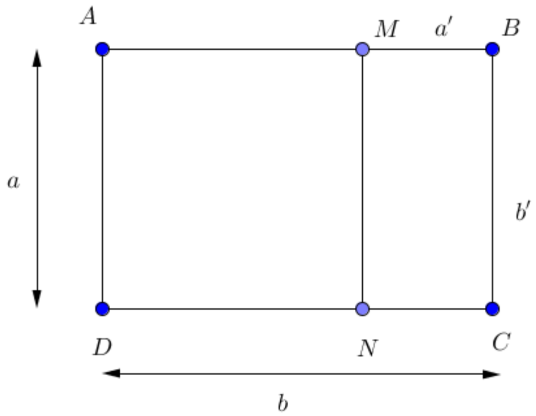
Theo (1) ta có $\varphi = \frac{1}{\varphi} - 1 \Leftrightarrow \varphi^2 + \varphi - 1 = 0$

Giải phương trình trên ta nhận nghiệm $\varphi = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

Ta nhận thấy rằng $\varphi = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ là một tỷ số vàng. Vì vậy, ta có thể tạo ra một hình chữ nhật vàng với tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài là $\frac{a}{b} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Vì lá cờ Việt Nam có tỉ lệ giữa chiều rộng và chiều dài là $\frac{2}{3} \approx \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ nên lá cờ Việt Nam được xem như hình chữ nhật vàng.

Các phiếu học tập: Để tiến hành thực nghiệm bài toán "Lá cờ Việt Nam", chúng tôi thiết kế thành 2 phiếu học tập như sau:



Câu hỏi

1. Gọi tỷ lệ $\frac{a}{b} = \varphi$(hằng số) là tỷ lệ vàng. Hãy tính φ dựa vào phương trình $\frac{a}{b} = \frac{b-a}{a}$.

2. Xem lá cờ Việt Nam là một hình chữ nhật. Theo em, tỷ lệ chiều rộng bằng $\frac{2}{3}$ chiều dài có liên quan gì đến tỷ lệ φ?

3.2.2 Phân tích tiên nghiệm

Phiếu 1

Đây là câu hỏi nhằm tạo sự tò mò và hứng thú cho học sinh, bước đầu cho học sinh làm quen với mô hình hóa toán học. Ngoài ra, qua câu hỏi trong phiếu 1, chúng tôi cũng có thể đánh giá *mức độ khó khăn* mà học sinh gặp phải khi gặp một bài toán mô hình hóa từ thực tế.

Về các câu trả lời dự kiến, có thể học sinh sẽ cho rằng lá cờ có chiều rộng bằng 2/3 chiều dài là do tính thẩm mĩ, nhìn đẹp mắt, nhưng học sinh chưa giải thích được theo cách khoa học.

Phiếu 2

Các khái niệm "Hình chữ nhật vàng" được đưa vào phiếu 2 này nhằm gợi ý cho học sinh một cách tiếp cận khoa học cho Bài toán.

Phiếu 1

Tại sao Hiến pháp nước ta năm 2013 quy định lá cờ Việt Nam có chiều rộng bằng $\frac{2}{3}$ chiều dài? Điều này có liên quan gì đến toán học?

Phiếu 2

Vài nét về tỷ lệ vàng

Cho hình chữ nhật *ABCD* có chiều rộng và chiều dài lần lượt là a, b. Lấy *M*, *N* lần lượt trên *AB*, *CD* sao cho *AMND* là hình vuông. Hình chữ nhật *BCNM* có chiều rộng và chiều dài lần lượt là a', b'. Ta định nghĩa *ABCD* là *hình chữ nhật vàng* khi và chỉ khi $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{b-a}{a}$.

Lời giải dự kiến có thể dựa vào phương trình bậc hai như sau:

"Đặt $\varphi = \frac{a}{b} (\varphi > 0)$

Theo (1) ta có $\varphi = \frac{1}{\varphi} - 1 \Leftrightarrow \varphi^2 + \varphi - 1 = 0$

Giải phương trình trên ta nhận nghiệm $\varphi = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Ta nhận thấy rằng $\varphi = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ *là một tỷ số vàng. Vì vậy, ta có thể tạo ra một hình chữ nhật vàng với tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài là* $\frac{a}{b} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$*".*

Ở câu hỏi 2, học sinh có thể trả lời rằng *tỉ số* $\frac{a}{b}$ *trên gần bằng với* $\frac{2}{3}$, từ đây học sinh có thể giải thích được câu hỏi ở phiếu 1 theo cách khoa học.

3.2.3 Thực nghiệm và kết quả

Quá trình thực nghiệm được tiến hành trên *82 học sinh* của hai lớp 10B1 và 10B2 của trường THPT Bùi Hữu Nghĩa vào tháng 03/2014. Sĩ số mỗi lớp thực nghiệm đều trên 30 để đảm bảo có ý nghĩa thống kê.

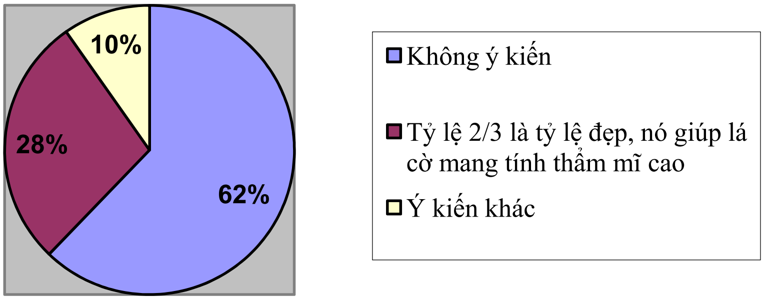
Thời gian làm bài của học sinh là *30 phút*dành cho cả hai phiếu. Các phân tích được tiến hành trong năm 2014 và 2015 được trình bày ở phần phân tích hậu nghiệm.

3.2.4 Phân tích hậu nghiệm (a posteriori)

a. Phân tích kết quả Phiếu 1

Kết quả thống kê của phiếu 1 được thể hiện dưới dạng biểu đồ sau:

Kết quả khảo sát Phiếu 1 Bài toán "Lá cờ Việt Nam"

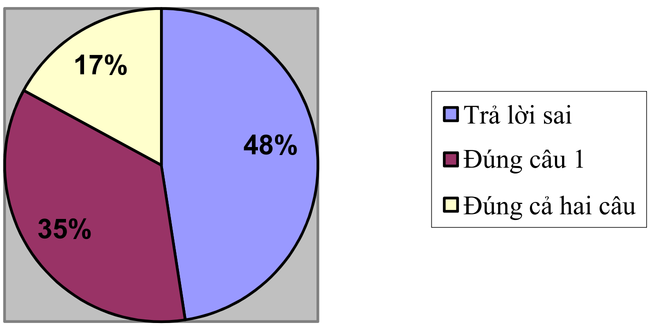


Ở phiếu 1 trong 82 học sinh tham gia thực nghiệm có 51 học sinh, chiếm 62% (**gần 2/3**), là không có ý kiến hay không trả lời được câu hỏi này; có 23 học sinh chiếm 28% trong số 82 học sinh cho rằng tỷ lệ chiều rộng bằng 2/3 chiều dài là một tỷ lệ đẹp, nó giúp lá cờ mang tính thẩm mĩ cao, và từ đó số học sinh này nhận định điều này có liên quan đến toán học; có 8 học sinh, chiếm khoảng 10% số học sinh tham gia thực nghiệm có ý kiến khác đối với vấn đề này. Kết quả này cho thấy đây là một câu hỏi khó vì đến gần 2/3 không trả lời được. Qua đó có thể khẳng định, dạy học bằng mô hình hóa vẫn còn gặp không ít khó khăn trong thực tế.

b. Phân tích kết quả Phiếu 2

Kết quả phiếu 2 được thống kê như sau:

Kết quả khảo sát Phiếu 2 Bài toán "Lá cờ Việt Nam"



Ở phiếu 2, có 39 học sinh, chiếm gần 48% học sinh trả lời sai trong các câu hỏi; có 29 học sinh chiếm 35% học sinh trả lời đúng câu hỏi thứ nhất và chỉ có 14 học sinh, chiếm 17% học sinh trả lời đúng cả hai câu hỏi được đặt ra. Như vậy, có thể thấy đây là bài toán khó vì **số lượng sai chiếm đến gần ½**, trong khi số giải đúng chưa đến 1/5. Điều này cho thấy một thực tế khá khó khăn khi áp dụng mô hình hóa vào dạy học toán.

Trong các phiếu trả lời sai câu hỏi này, nguyên nhân chủ yếu do chưa nắm chắc về các phép biến đổi tương đương trong phương trình, cách giải phương trình bậc hai, tính toán bị sai hoặc còn lúng túng với cách đặt ẩn phụ.

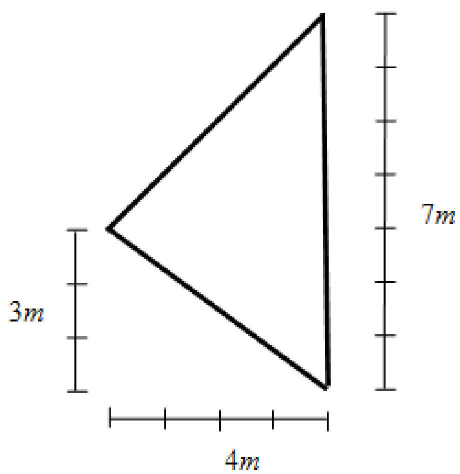
Đối với câu 2, chỉ có 15 học sinh trả lời đúng (khoảng 18%), qua đó cho thấy các em làm chưa tốt, tỉ lệ làm đúng còn thấp, đa phần các em chưa hình thành mối liên hệ giữa tỷ lệ vàng với hình dáng Lá cờ.

Tiểu kết: Có thể nói bài toán "Lá cờ Việt Nam" là một bài toán khó, thể hiện ở tỉ lệ giải đúng khá thấp. Ở phiếu 1, khi chưa đặt ra mô hình "*tỉ lệ vàng*", khảo sát cho thấy hầu như không học sinh nào chỉ ra được *căn cứ khoa học* cho tính thẩm mỹ của Lá cờ. Tuy nhiên, khi sang Phiếu 2, tỉ lệ trả lời đúng ít nhất một trong hai câu hỏi tăng lên đến gần 50%. Điều này cho thấy, nếu muốn đạt hiệu quả dạy học khi áp dụng các bài toán thực tế trong bối cảnh dạy học tại Việt Nam, cần *gợi ý sẵn* cho học sinh một mô hình toán học phù hợp. Ngoài ra, nếu đứng ở góc độ đánh giá kết quả học tập, ta có thể sử dụng bài toán "Lá cờ Việt Nam" này, kết hợp cùng một số bài toán khác, để hình thành một *đề kiểm tra 1 tiết* cho chương "Phương trình & hệ phương trình".

3.3 Bài toán "Công viên hình tam giác"

3.3.1 Nội dung bài toán "Công viên hình tam giác"

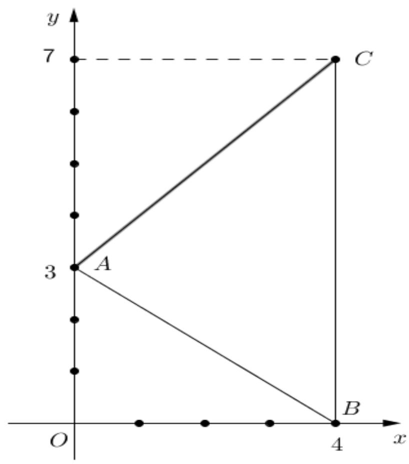
Bài toán: Có một công viên nhỏ hình tam giác như Hình 1. Người ta dự định đặt một cây đèn để chiếu sáng toàn bộ công viên. Để công việc tiến hành thuận lợi, người ta đo đạc và mô phỏng các kích thước công viên như Hình 2.



Hình 1

Hình 2 (nguồn: Google)

Thiết lập một hệ trụcOxy như Hình 3, khi đó các đỉnh của công viên có tọa độ lần lượt là $A(0;3)$, $B(4;0)$, $C(4;7)$. Gọi I là điểm đặt cây đèn sao cho đèn chiếu sáng toàn bộ công viên.



Hình 3

1. Theo em nên đặt cây đèn ở vị trí nào?

   a) Trọng tâm tam giác

   b) Trực tâm tam giác

   c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác

   d) Tâm đường tròn nội tiếp tam giác

Giải thích sự lựa chọn của em?

2. Dùng kiến thức đã học, hãy xác định vị trí chính xác của cây đèn trên hình vẽ. Giải thích sự lựa chọn của em.

Lời giải:

– Vùng mà cây đèn chiếu sáng được biểu diễn bằng một hình tròn mà điểm đặt cây đèn là tâm nên để chiếu sáng toàn bộ công viên ta cần đặt cây đèn ở tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác.

– Gọi $I(x;y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*

Ta có: $A(0;3), B(4;0), C(4;7)$ nên:

$$\overrightarrow{IA}=(-x;3-y)\Rightarrow IA=\sqrt{x^2+(3-y)^2}$$

$$\overrightarrow{IB}=(4-x;-y)\Rightarrow IB=\sqrt{(4-x)^2+y^2}$$

$$\overrightarrow{IC}=(4-x;7-y)\Rightarrow IC=\sqrt{(4-x)^2+(7-y)^2}$$

Do *I* là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* nên ta có $IA=IB, IA=IC$, ta lập được hệ phương trình

$$\begin{cases}8x-6y=7\\8x+8y=56\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{7}{2}\\y=\dfrac{7}{2}\end{cases}$$

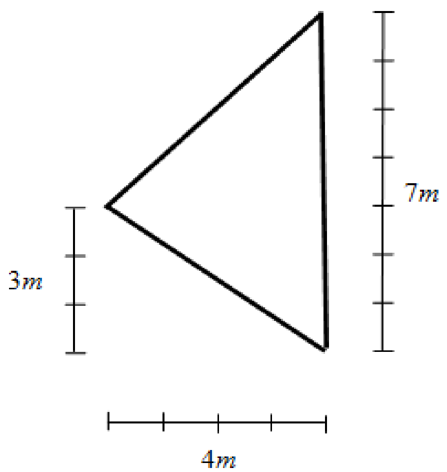
Vậy $I\left(\dfrac{7}{2};\dfrac{7}{2}\right)$.

Các phiếu học tập: Chúng tôi xây dựng hai phiếu học tập để tiến hành thực nghiệm như sau:

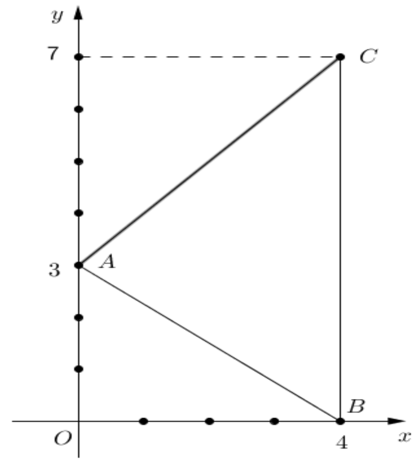
Phiếu 1

Tình huống: Có một công viên nhỏ hình tam giác với các số đo như hình vẽ. Người ta cần đặt một cây đèn để chiếu sáng toàn bộ công viên. Hỏi nên đặt cây đèn ở đâu?

Câu hỏi: Em hãy vẽ vị trí cây đèn trên hình và giải thích sự lựa chọn của em.



Phiếu 2



Thiết lập một hệ trục *Oxy* như hình vẽ, khi đó các đỉnh của công viên có tọa độ lần lượt là $A(0;3)$, $B(4;0)$, $C(4;7)$. Gọi *I* là điểm đặt cây đèn sao cho đèn chiếu sáng toàn bộ công viên.

1. Theo em nên đặt cây đèn ở vị trí nào?

a) Trọng tâm tam giác

b) Trực tâm tam giác

c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác

d) Tâm đường tròn nội tiếp tam giác

Giải thích sự lựa chọn của em?

2. Dùng kiến thức đã học, hãy xác định vị trí chính xác của cây đèn trên hình vẽ. Giải thích sự lựa chọn của em.

3.3.2 Phân tích tiên nghiệm

Phiếu 1

Câu hỏi này đòi hỏi học sinh phải có khả năng *chuyển đổi ngôn ngữ* từ thực tế cuộc sống sang ngôn ngữ hình học để biết được mối quan hệ giữa cây đèn và các cạnh, các đỉnh của công viên. Câu hỏi này cũng nhằm đánh giá *mức độ thực hiện mô hình hóa toán học* ở nhóm thực nghiệm.

Phiếu 2

Trong phiếu 2, bài toán đã giới hạn lại kiến thức cho học sinh, các em chỉ cần nhớ lại các kiến thức về tọa độ trong mặt phẳng. Phiếu này cũng đã đưa ra các yêu cầu cụ thể cho học sinh làm. Giải quyết được tất cả các yêu cầu này thì tình huống đưa ra ở phiếu 1 sẽ được giải đáp.

Câu hỏi 1

Câu hỏi này đòi hỏi học sinh phải nhớ lại các kiến thức đã học, tổng hợp lại chúng để lựa chọn câu trả lời và giải thích lý do lựa chọn của bản thân. Những tính chất của trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác và cách vẽ chúng sẽ là những kiến thức cần thiết để giải quyết câu hỏi này.

Câu hỏi 2

Ở câu hỏi này, học sinh phải biết liên hệ biểu thức toán học với thực tế. Biết lập luận, phân tích nhằm đưa ra địa điểm chính xác để đặt cây đèn. Dựa vào đó, có thể đánh giá tính hợp lý của bài giải, khả năng tính toán cũng như mức độ thực hiện các tình huống mô hình hóa toán học tương tự.

3.3.3 Thực nghiệm và kết quả

Quá trình thực nghiệm thực hiện trên *74 học sinh* của hai lớp 11B3 và 11B5 của trường THPT Bùi Hữu Nghĩa vào tháng 3/2014. Mỗi lớp thực nghiệm đều có sĩ số trên 30 em để đảm bảo ý nghĩa thống kê.

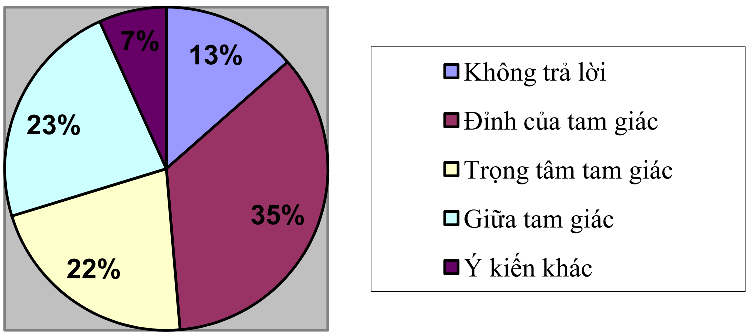
Thời gian làm bài của học sinh (cả hai phiếu học tập) là *30 phút*. Sau đây là các phân tích kết quả thực nghiệm:

3.3.3 Phân tích hậu nghiệm

a. Phân tích kết quả Phiếu 1

Sau đây là kết quả thống kê từ Phiếu 1:

Kết quả khảo sát Phiếu 1
Bài toán "Công viên hình tam giác"

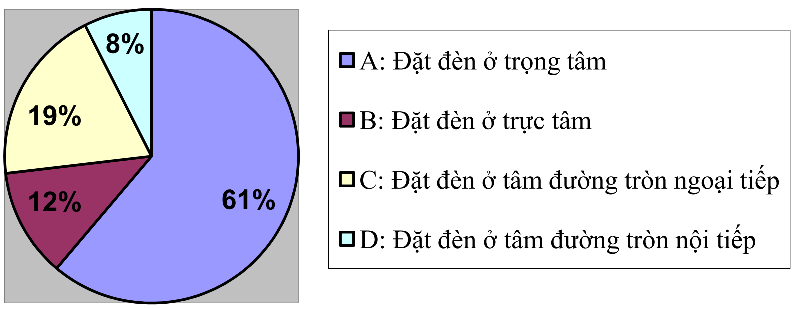


Ở phiếu 1 này đòi hỏi học sinh phải biết liên hệ thực tế và kết nối với các kiến thức đã học, từ đó các em có cái nhìn chính xác để đưa đến lựa chọn thích hợp câu trả lời. Ở phiếu này có 10 học sinh chiếm 13% không trả lời được; có 26 học sinh, chiếm 35% lựa chọn đặt cây đèn ở đỉnh của tam giác vì các em cho rằng từ đỉnh công viên, ánh sáng sẽ lan ra hai bên đỉnh còn lại; có 16 học sinh chiếm 22% cho rằng cây đèn nên đặt ở trọng tâm tam giác; có 17 học sinh chiếm 23% lựa chọn đặt cây đèn ở giữa công viên với lý do từ đây ánh sáng có thể chiếu sáng toàn bộ công viên; có 5 học sinh chiếm 7% có ý kiến khác nhau về nơi đặt cây đèn. Các em chưa trả lời được câu hỏi này do chưa hình dung ra mối quan hệ giữa cây đèn với các đỉnh và các cạnh của công viên. Có những em biết điều này nhưng chưa biết lựa chọn kiến thức để giải thích cho tình huống.

b. Phân tích kết quả Phiếu 2

Các kết quả từ câu 1 của Phiếu 2 được thể hiện dưới biểu đồ sau:

Kết quả khảo sát câu 1 ở Phiếu 2
Bài toán "Công viên hình tam giác"



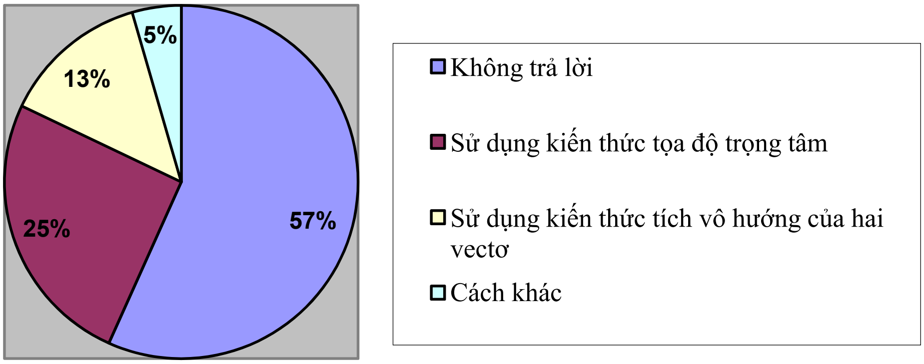
Ở phiếu 2, câu hỏi 1 có 7 học sinh không trả lời chiếm 9%. Trong số các em có lựa chọn cho câu hỏi 1, có 61% chọn đặt cây đèn ở *trọng tâm tam giác*, chiếm tỉ lệ cao nhất trong các phương án. Có lẽ do khái niệm trọng tâm được đề cập lại trong chương 1 "Vectơ" và cả trong chương 2 này nên các em suy đoán kết quả có thể là trọng tâm chăng?

Về câu trả lời đúng (*đặt đèn ở tâm đường tròn ngoại tiếp*), có đến 19% tổng số các em lựa chọn (gần bằng tổng hai lựa chọn đặt đèn ở trực tâm và tâm đường tròn nội tiếp). Điều này cho thấy, một số em khá giỏi bước đầu có thể thích nghi với việc giải quyết các bài toán mô hình hóa.

Tâm đường tròn nội tiếp tam giác là một khái niệm ít được đề cập trong các bài toán liên quan đến vectơ, có lẽ vì vậy, tỉ lệ các lựa chọn dành cho việc đặt cây đèn ở tâm đường tròn nội tiếp là thấp nhất trong các lựa chọn: Chỉ có 8%.

Sau đây là các kết quả thống kê từ câu 2 của Phiếu 2:

Kết quả khảo sát câu 2 ở Phiếu 2
Bài toán "Công viên hình tam giác"



Ở câu hỏi thứ 2 của phiếu 2, do các em vẫn chưa kết nối được những kiến thức đã học với vấn đề của bài toán nên đa phần các em chưa trả lời đúng câu hỏi này. Cụ thể là có đến 57% không trả lời được câu hỏi này, chiếm hơn phân nữa số học sinh được khảo sát.

Trong số các học sinh có trả lời, số trả lời sai chiếm cũng gần một nửa còn lại: 25% với việc *hiểu sai* khi sử dụng công thức tọa độ trọng tâm của tam giác để tìm câu trả lời. Câu hỏi này, số trả lời đúng chỉ còn chiếm 13% khi sử dụng kiến thức tích vô hướng của hai vectơ để giải thích cho việc lựa chọn. Như vậy, tỉ lệ trả lời đúng ở câu 2 giảm 50% so với tỉ lệ trả lời đúng ở câu 1. Có thể nguyên nhân của việc giảm tỉ lệ này là do yêu cầu của câu 2 "nặng" hơn so với câu 1 bằng việc bắt buộc phải giải thích cho việc lựa chọn chứ không đơn thuần là chỉ ra nơi đặt cây đèn.

Tiểu kết: Mặc dù, ở Phiếu 2, bài toán đã chia thành hai câu hỏi nhằm gợi ý cho việc tìm lời giải đúng nhưng khảo sát cho thấy tỉ lệ đúng chưa đầy 15%. Điều này cho thấy, việc giải các bài toán mô hình hóa là *khákhó khăn* đối với đa số học sinh. Khảo sát này một lần nữa cho thấy việc cần thiết khi *gợi ý* sẵn một mô hình toán học cho học sinh khi dạy học mô hình hóa nhằm đạt hiệu quả cao hơn trong dạy học. Ngoài ra, ở một góc nhìn khác, có thể kết hợp bài toán "Công viên hình tam giác" này với các bài toán khác trong *đề kiểm tra 1 tiết* chương "Tích vô hướng hai vectơ và ứng dụng".

4 KẾT LUẬN

Dạy học bằng mô hình hóa đang là xu thế chung hiện nay, thể hiện rõ qua các khảo sát của PISA và Công văn số 4509 của Bộ Giáo dục và Đào tạo. Khảo sát nhỏ ở thành phố Cần Thơ cho thấy rằng, học sinh bước đầu có thể *tiếp cận được*, tuy còn một số khó khăn nhất định, với phương pháp dạy học bằng mô hình hóa trong môn Toán.

Ở một góc nhìn khác, các phân tích cho thấy, hai bài toán "Lá cờ Việt Nam" và "Công viên hình tam giác" có thể được sử dụng trong các đề kiểm tra 1 tiết khi kết hợp với các bài toán khác một cách thích hợp. Hai bài toán thực nghiệm cũng là minh chứng cụ thể cho tiến trình 6 bước của *Quy trình Xây dựng các bài toán thực tế* áp dụng cho dạy học Toán bậc THPT. Kết quả cho thấy mặc dù hai bài toán khác nhau về mặt kiến thức và cả phân môn (một bài đại số, một bài hình học) nhưng vẫn áp dụng chung được cùng một Quy trình với tiến trình thuận lợi. Điều này cho thấy, bước đầu, Quy trình khá phù hợp khi áp dụng để xây dựng *nhiều bài toán thực tế khác nhau* liên quan đến chương trình Toán THPT. Đồng thời, nó cũng khẳng định tính khả thi khi đưa Quy trình này vào thực tiễn dạy học Toán tại Việt Nam.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Bộ Giáo dục và Đào tạo (2015). Công văn số 4509/BGDĐT-GDTrH về việc "*Hướng dẫn thực hiện nhiệm vụ giáo dục trung học năm học 2015-2016*". Hà Nội. tr.1

Bộ Giáo dục và Đào tạo (2016), Quyết định số 1893/QĐ-BGDĐT về việc "*Ban hành khung kế hoạch thời gian năm học 2016-2017 của giáo dục mầm non, giáo dục phổ thông và giáodục thường xuyên*", Hà Nội.

Bùi Anh Tuấn và Nguyễn Minh Luân (2014), "Đánh giá năng lực Toán học của học sinh theo định hướng PISA: Khảo sát tại thành phố Cần Thơ", *Tạp chí Khoa học Đại học Cần Thơ*, số 32, Cần Thơ. 6 trang.

Common Core State Standards. *Standards for Mathematics*, pp 72-73. Truy cập từ http://www.corestandards.org ngày 10/07/2016.

Freudenthal, H. (1991), "Revisiting Mathematics Education", *China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. Truy cập từ http://www.fisme.science.uu.nl/en/wiki/index.php/Realistic_Mathematics_Education ngày 21/7/2016

Lange, J. de (1996), "Using and Applying Mathematics in Education". International handbook of mathematics education, Part one. Kluwer academic publisher. pp 49-97.

Lê Thị Hoài Châu (2011), "Dạy học thống kê ở trường phổ thông và vấn đề nâng cao năng lực hiểu biết toán học cho học sinh". *Tạp chí khoa học Trường ĐH Sư phạm TP Hồ Chí Minh*, *số 25*. TP HCM. Trang 68-77.

OECD (2014). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can do: Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I)* [Revised edition February 2014]. 561 trang.

Truy cập từ http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-volume-i.htm, ngày 05/3/2016.

Trần Mỹ Tiên (2014), *Phương pháp dạy học bằng mô hình hóa trong dạy học môn toán bậc trung học phổ thông,* Khóa luận tốt nghiệp, Trường Đại học Cần Thơ. Cần Thơ, trang 19-22.